Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} \Rightarrow 12 = \frac{2 + a_3}{2}$	**3p**
	$a_3 = 22$	**2p**
2.	$f(1+m) = m-7$, pentru orice număr real m	**2p**
	$m-7 = 1-m$, de unde obținem $m=4$	**3p**
3.	$x^2 - 3x + 5 = 5$, de unde obținem $x^2 - 3x = 0$	**3p**
	$x=0$ sau $x=3$, care convin	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 7 numere n pentru care numărul $\sqrt{n+1}$ este natural, deci sunt 7 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{7}{90}$	**3p**
5.	$m_{OA} = 2$	**2p**
	$m_{BC} = \frac{a}{2}$ și, cum $m_{OA} = m_{BC}$, obținem $a=4$	**3p**
6.	$\mathrm{tg}B = \frac{AC}{AB}$, deci $\sqrt{3} = \frac{9}{AB}$	**3p**
	$AB = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 0+0+4-0-1-0 = 3$	**3p**
b)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $A(x) \cdot A(1) = \begin{pmatrix} 1+x & 1+x & 1+x \\ x-1 & x-1 & x-1 \\ x+1 & x+1 & x+1 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x	**3p**
	$\begin{pmatrix} 1+x & 1+x & 1+x \\ x-1 & x-1 & x-1 \\ x+1 & x+1 & x+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2x & 2x \\ 0 & 0 & 2x-2 \\ 2x & 2 & 2 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x=1$	**2p**
c)	$\det(A(x)) = (x-1)^2(x+1)$ și $\det(A(x)) \neq 0$, deci $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$	**3p**
	Cum $-x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$, obținem $\det(A(-x)) \neq 0$, deci $A(-x)$ este inversabilă	**2p**
2.a)	$1 \circ 1 = 1 \cdot 1 + \frac{2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 1}{4} =$	**3p**
	$= 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$	**2p**

b)	$x\circ\frac{1}{2}=x\cdot\frac{1}{2}+\frac{2x+2\cdot\frac{1}{2}-1}{4}=\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=x$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{1}{2}\circ x=\frac{1}{2}\cdot x+\frac{2\cdot\frac{1}{2}+2x-1}{4}=\frac{x}{2}+\frac{x}{2}=x$, pentru orice număr real x, deci $e=\frac{1}{2}$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”	**3p**
c)	$\left(\frac{1}{2}-x\right)\circ\left(\frac{1}{2}+x\right)=\frac{1}{2}-x^2$, $\left(\frac{1}{2}-x\right)\circ\left(\frac{1}{2}+x\right)\circ\left(\frac{1}{2}+x^2\right)=\frac{1}{2}-x^4$, pentru orice număr real x	**2p**
	$\frac{1}{2}-x^4=\frac{1}{2}-x^2$, de unde obținem $x=-1$ sau $x=0$ sau $x=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\frac{12x^2(x-1)^2-4x^3\cdot 2(x-1)}{(x-1)^4}=$	**3p**
	$=\frac{12x^3-12x^2-8x^3}{(x-1)^3}=\frac{4x^2(x-3)}{(x-1)^3}$, $x\in(1,+\infty)$	**2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4x^2}{(x-1)^2}=4$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-4x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{8x^2-4x}{(x-1)^2}=8$, deci dreapta de ecuație $y=4x+8$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	**3p**
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x=3$; $f'(x)<0$, pentru orice $x\in(1,3)$, deci f este strict descrescătoare pe $(1,3)$ și $f'(x)>0$, pentru orice $x\in(3,+\infty)$, deci f este strict crescătoare pe $(3,+\infty)$	**2p**
	$\lim\limits_{x\to 1}f(x)=+\infty$, $f(3)=27$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ și f este continuă, deci ecuația $f(x)=m$ are exact două soluții pentru orice $m\in(27,+\infty)$	**3p**
2.a)	$\int_1^3\left(f(x)-x\ln x\right)dx=\int_1^3(x+1)dx=\left.\left(\frac{x^2}{2}+x\right)\right\|_1^3=$	**3p**
	$=\frac{15}{2}-\frac{3}{2}=6$	**2p**
b)	$\int_1^e\left(f(x)-x-1\right)dx=\int_1^e\left(\frac{x^2}{2}\right)'\ln x\,dx=\left.\frac{x^2}{2}\ln x\right\|_1^e-\left.\frac{x^2}{4}\right\|_1^e=$	**3p**
	$=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{e^2+1}{4}$	**2p**
c)	$g(x)=\frac{1}{(x+1)^2}$, $x\in[1,3]$, deci $V=\pi\int_1^3 g^2(x)dx=\pi\int_1^3\frac{1}{(x+1)^4}dx=\pi\left.\left(-\frac{1}{3(x+1)^3}\right)\right\|_1^3=\frac{7\pi}{192}$	**3p**
	$\frac{7\pi}{192}=\frac{7\pi}{24a}$, de unde obținem $a=8$	**2p**